



POLITECHNIKA POZNAŃSKA

Wykład NR1 v. 5.0

WSTĘP KLASYFIKACJA OBCIĄŻEŃ

dr hab. inż. Piotr PACZOS

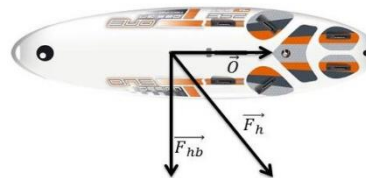
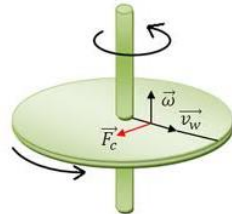
**Politechnika Poznańska,
Instytut Mechaniki Stosowanej,
Zakład Wytrzymałości Materiałów i Konstrukcji**

Podział MECHANIKI

STATYKA – badanie warunków równowagi ciał w spoczynku

KINEMATYKA – badanie ruchu ciał bez analizy przyczyn tego ruchu

DYNAMIKA – analiza oddziaływań między ciałami oraz ich skutków

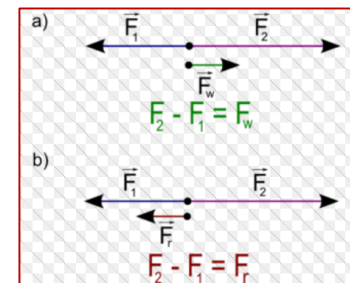


Harmonia
Energia
Droga

PODSTAWOWE POJĘCIA MECHANIKI

SIŁA – wynik wzajemnego mechanicznego oddziaływania na siebie ciał (oddziaływanie bezpośrednie).

- Siły zewnętrzne czynne i bierne (reakcje), wewnętrzne
- Siły skupione, rozłożone liniowo, powierzchniowo, objętościowo



WYTRZYMAŁOŚĆ MATERIAŁÓW

jest częścią mechaniki ciała stałego i zajmuje się sprężystą odkształcalnością.

Wytrzymałość materiałów korzysta ze wszystkich założeń, równań, aksjomatów statyki ciała sztywnego, nieodkształcalnego (stal, aluminium odkształcają się liniowo sprężystie)



Równania równowagi statycznej.

Klasyfikacja obciążeń działających na ciało sprężystie odkształcalne.

Płaszczyzna myślowego przekroju.

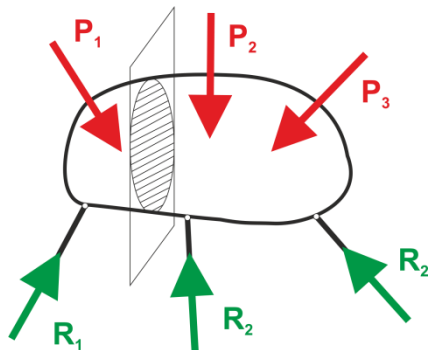
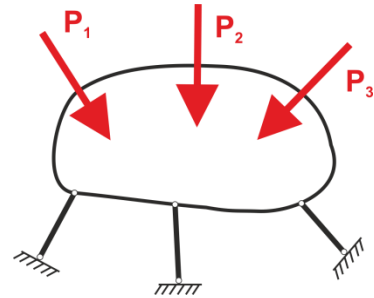
Zasada oswobodzenia więzów – każde ciało nieswobodne można umownie oswobodzić z więzów, zastępując ich działanie siłami, zwanymi siłami reakcji i rozpatrywać je jako ciało swobodne, na które działają siły czynne i siły reakcji więzów.

Klasyfikacja OBCIĄŻEŃ

ZEWNĘTRZNE

CZYNNE:

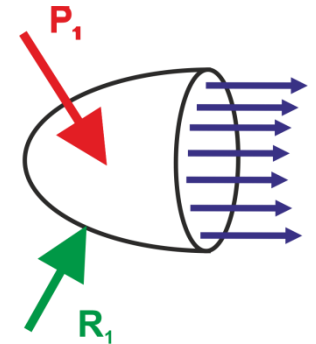
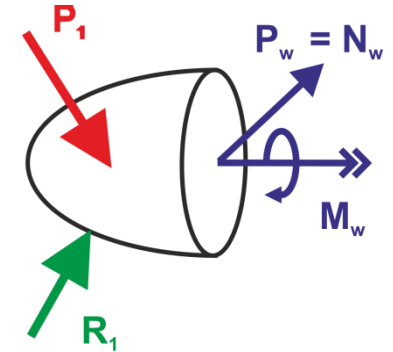
- Siły skupione (P_1 P_2 P_3)
- Siły rozłożone w sposób ciągły (q)
- Momenty – pary sił (M)



WEWNĘTRZNE

BIERNE:

- Reakcje (R_1 R_2 R_3)



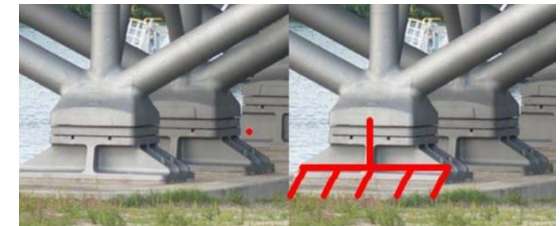
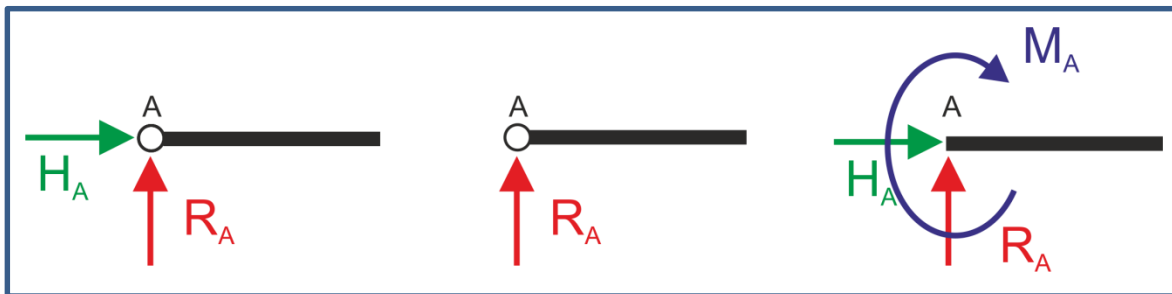
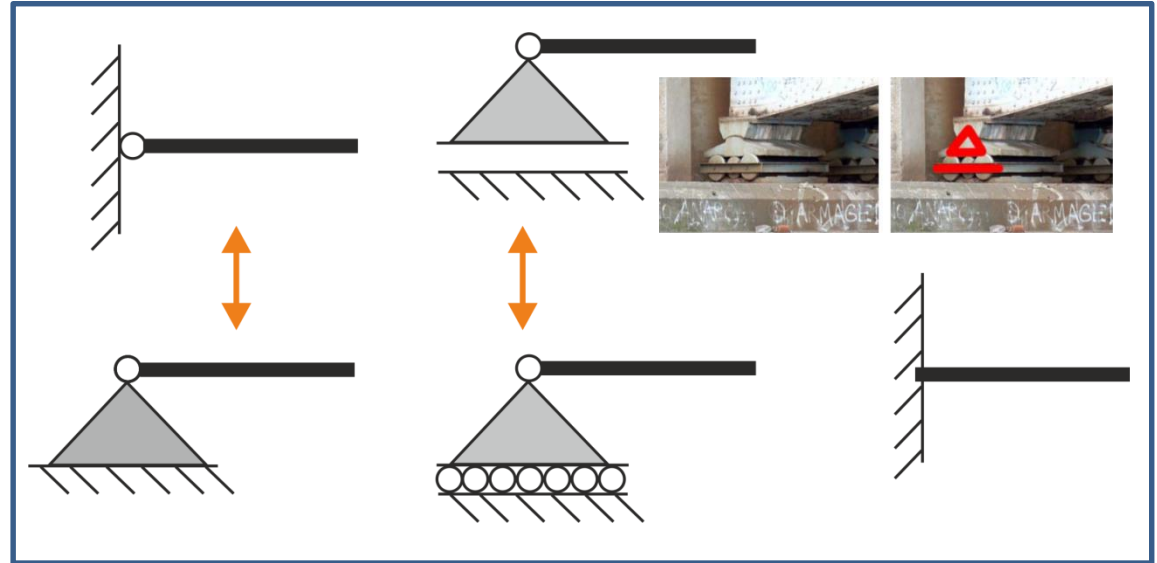
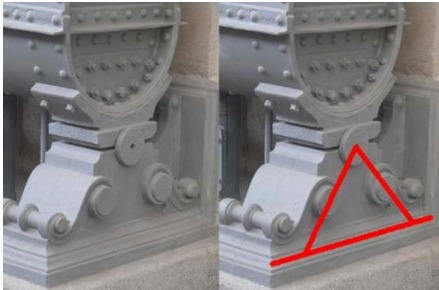
są to siły oddziaływania międzycząsteczkowego wewnątrz ciała, ujawniają się po dokonaniu myślowych przekrojów (przecięć) i prowadzą do, tzw. naprężeń

NAPRĘŻENIA – są wewnętrznymi siłami przypadającymi na jednostkę przekroju powierzchni

Podpory i Reakcje



Siły BIERNE Zewnętrzne



Różnica pomiędzy pochodną a różniczką

Różniczką jest iloczynem **pochodnej** (w punkcie) i przyrostu zmiennej niezależnej.

Interpretacja **pochodnej**:

współczynnik kierunkowy stycznej do krzywej (w punkcie).

Interpretacja **różniczki**:

przyrost wartości stycznej (tzn. przyrost rzędnej), np. $f(x_0)dx$ jest przyrostem wartości stycznej f (w punkcie x_0) od punktu x_0 do x_0+dx , dzięki czemu różniczka jest stosowana do rachunków przybliżonych

$\delta(y) = dy$ są w przybliżeniu równe. Podobnie jest zresztą z różniczką funkcji dla funkcji wielu zmiennych. Interpretacja jest podobna.

Różniczka - to (mnemotechnicznie) delta, NIEWIELKA zmiana wartości, bliska zeru. Skrócenie wyrażenia "gdy delta x zmierza w kierunku zera"
Pochodna - to jak jedno pochodzi od drugiego tj., jak szybko zmieniają się owe różniczki względem siebie. Co się dzieje z funkcjami w ekstremach.

Aby łatwiej zapamiętać:

Różniczkowanie to takie dzielenie funkcji (czy figury) na nieskończenie cienkie plastry.

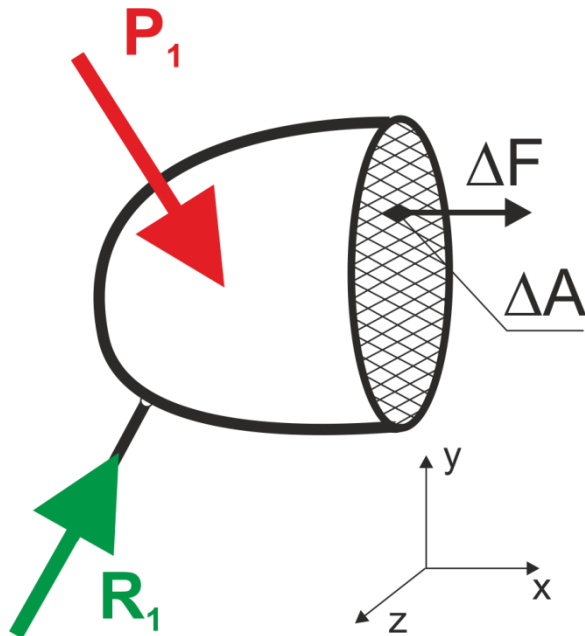
Pochodne to porównywanie plastrów (jak jeden ma się do drugiego, w jaki sposób pochodzi od drugiego, np. wyrósł czy zmniejszył się).

Całka to sklepanie plastrów w całość by się dowiedzieć ile miejsca zajmują, np. pole figury.

$\Delta \rightarrow$ zmiana, przyrost

$d \rightarrow$ podobna zmiana, lecz nieskończenie mała

Naprężenia NORMALNE



Naprężeniem WYPADKOWYM σ_w nazywamy granicę do jakiej dąży stosunek przyrostu siły wewnętrznej do przyrostu pola, gdy przyrost pola dąży do zera:

$$\lim_{\Delta A \rightarrow 0} \frac{\Delta F}{\Delta A} = \sigma_w$$

Jednostki [MPa] lub [N/mm²]

Kierunek naprężenia wypadkowego jest dowolny.

Składowa prostopadła – naprężenia normalne:

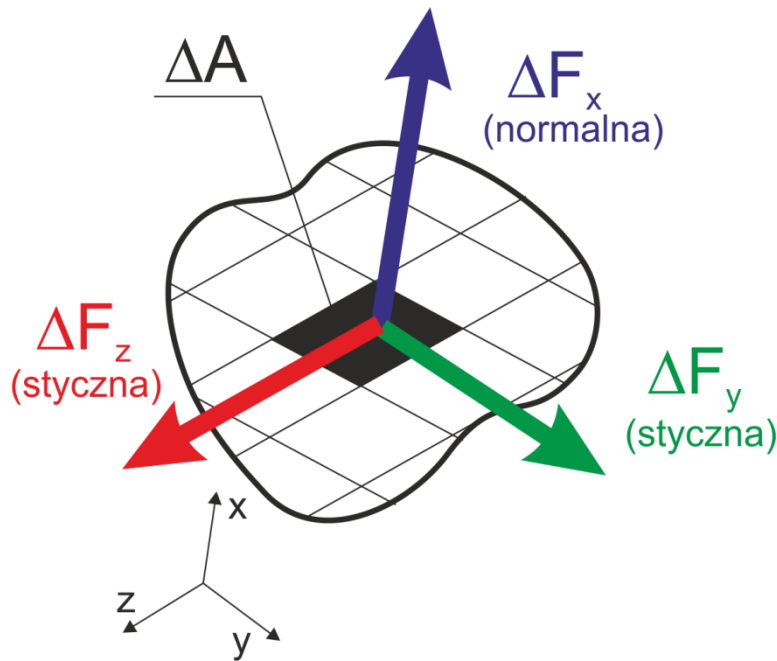
$$\lim_{\Delta A \rightarrow 0} \frac{\Delta F_x}{\Delta A} = \frac{dF_x}{dA} = \sigma_x = \sigma [\text{MPa}]$$

$\Delta \rightarrow$ zmiana, przyrost

$d \rightarrow$ podobna zmiana, lecz nieskończenie mała

Naprężenia STYCZNE

Składowe w płaszczyźnie przekroju – naprężenia styczne:
(*tnące lub ścinające*)



$$\lim_{\Delta A \rightarrow 0} \frac{\Delta F_y}{\Delta A} = \frac{dF_y}{dA} = \tau_{xy} [\text{MPa}]$$

Naprężenia styczne prostopadłe do powyższego:

$$\lim_{\Delta A \rightarrow 0} \frac{\Delta F_z}{\Delta A} = \frac{dF_z}{dA} = \tau_{xz} [\text{MPa}]$$

Naprężenia normalne powodują rozrywanie lub ściskanie elementu !!!

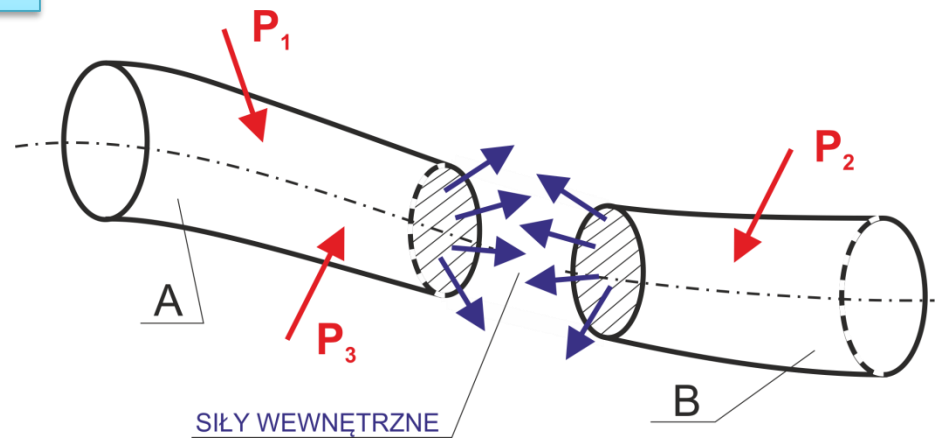
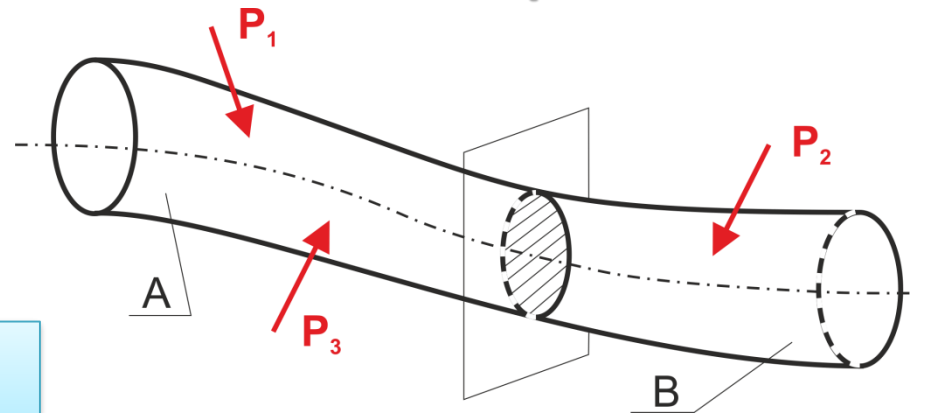
Naprężenia styczne wywołują ścinanie !!!

Podstawowym elementem konstrukcyjnym jest
PRĘT UOGÓLNIONY (DEF.)

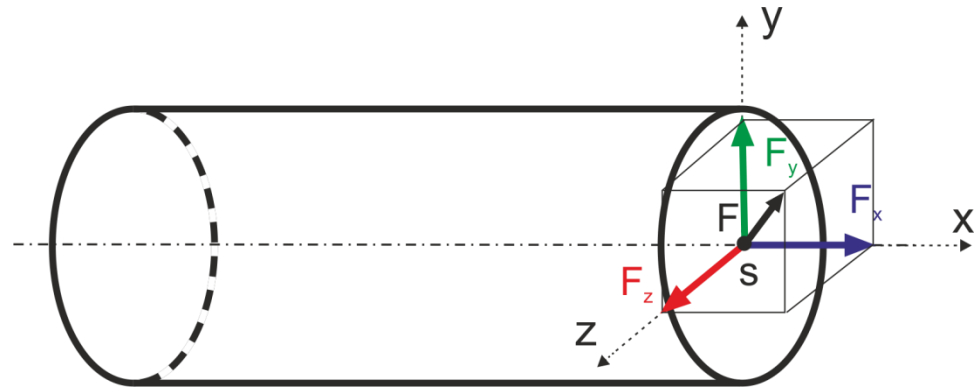


Siły:

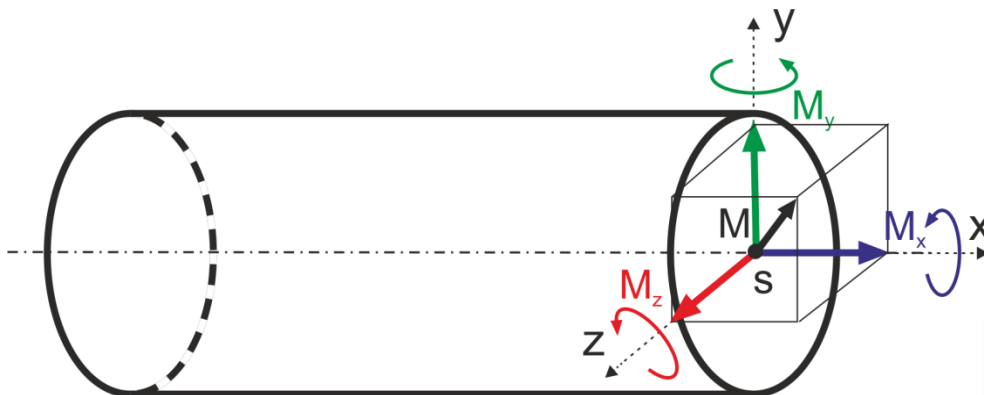
$P_1, P_2, P_3, \dots, P_{n-1}, P_n$



s – środek ciężkości przekroju



Wszystkie siły wewnętrzne w myślowym przekroju poprzecznym pręta redukujemy do punktu charakterystycznego, którym będzie zawsze środek ciężkości przekroju - s



Jeżeli co najmniej 6 składowych, z:

- 3 siły
- 3 momenty zginające
- 3 momenty skręcające

są różne od ZERA to w pręcie występuje
ZŁOŻONY STAN NAPRĘŻENIA

W rzeczywistości występują najczęściej następujące STANY OBCIĄŻEŃ:

Siły i Momenty wewnętrzne

1. Rozciąganie lub Ściskanie:

$$F_x = N \neq 0$$

$$F_y = F_z = M_x = M_y = M_z = 0$$

2. Ścinanie:

$$F_y = T_y \neq 0$$

$$F_z = T_z \neq 0$$

$$F_x = M_x = M_y = M_z = 0$$

3. Skręcanie:

$$M_x = M_s \neq 0$$

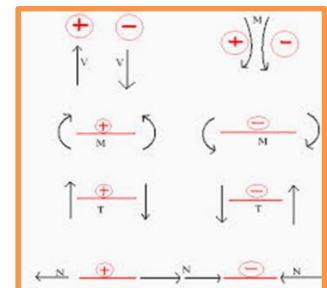
$$F_x = F_y = F_z = M_y = M_z = 0$$

4. Zginanie:

$$M_y = M_{gy} \neq 0$$

$$M_z = M_{gz} \neq 0$$

$$F_x = F_y = F_z = M_x = 0$$



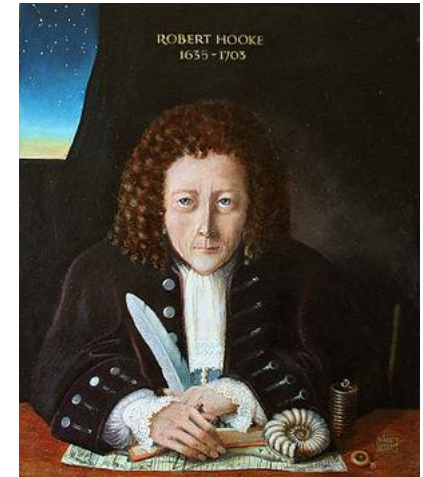
Rozciąganie i ściskanie pręta

Prawo HOOKE'A – Robert Hooke: (ur. [18 lipca 1635](#), zm. [3 marca 1703](#))
angielski przyrodnik, jeden z największych eksperymentatorów [XVII wieku](#).

$$N = \int_A \sigma dA: \quad [\text{N}, \text{kN}]$$

Przy równomiernym rozkładzie mamy:

$$N = \int_A \sigma dA = \sigma A \quad \text{stąd} \quad \sigma = \frac{N}{A}$$

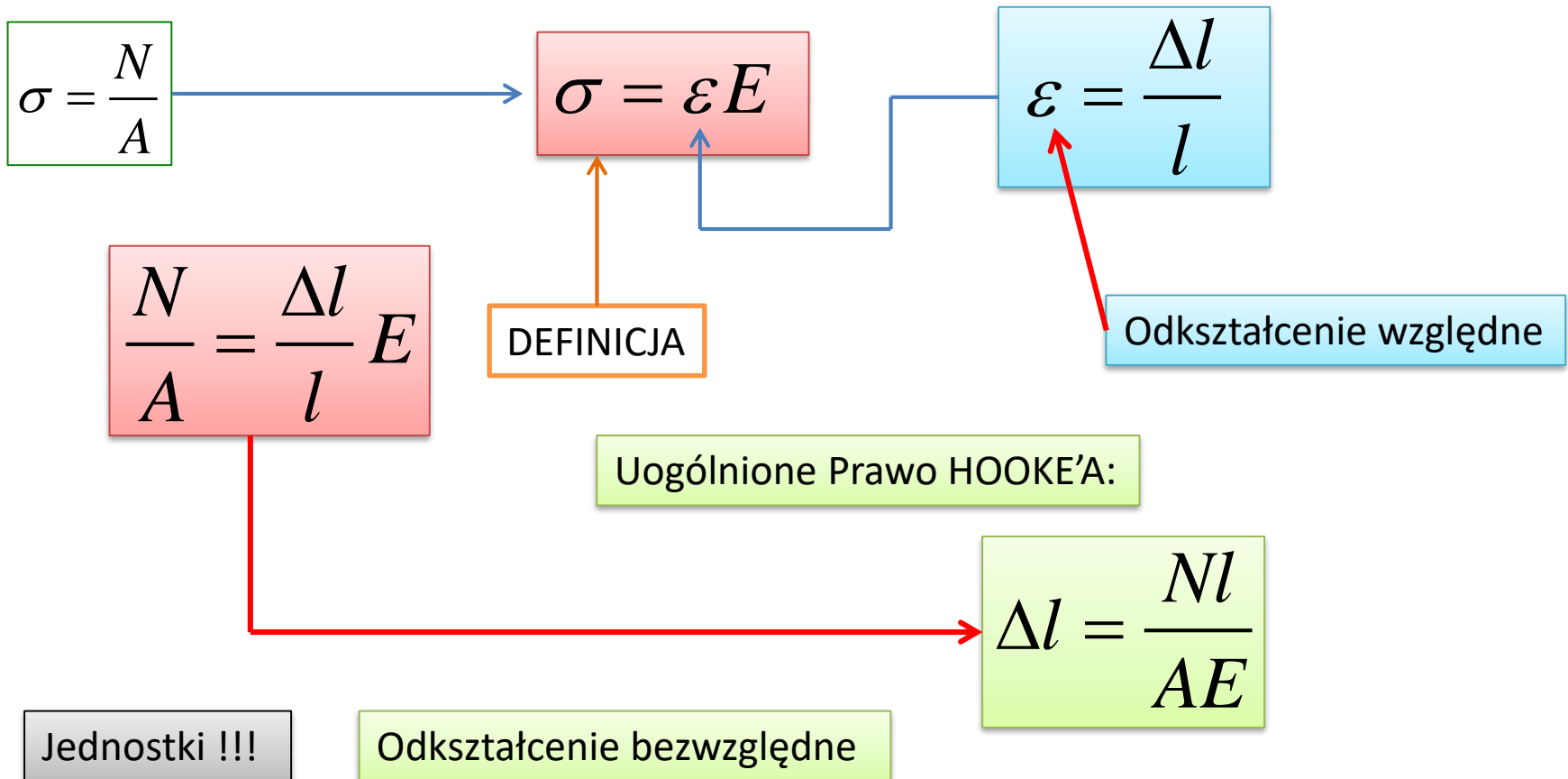


Siły wewnętrzne (N , S) wyznaczamy z warunków równowagi, a następnie liczymy:

$$\sigma = \frac{N}{A} \quad [\text{MPa} = \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}]$$

DEFINICJA

Wydłużenie względne ε – epsilon jest związane za pomocą PRAWA FIZYCZNEGO, którym jest PRAWO HOOKE'A



Material	Moduł Younga (E) GPa
Guma	0,01–0,10
Polietylen (LDPE)	0,2
Polipropylen (PP)	1,5–2,0
Oślonka wirusa	1–3
Poli(tereftalan etylenu) (PET)	2,0–2,5
Polistyren (PS)	3,0–3,5
Nylon	2–4
Drewno dębowe (wzdłuż włókien)	11
Beton (ściskany)	>27
Magnez (Mg)	45
Stop glinu (aluminium) (Al)	69
Szkło (SiO ₂ , Na ₂ CO ₃ , CaCO ₃)	72
Mosiądz (Cu, Zn) i Brąz (Cu, Sn)	103–124
Tytan (Ti)	105–120
Kompozyt z włókna węglowego	150
Żelazo kute i stal	190–210
Wolfram (W)	400–410
Węglik krzemu (SiC)	450
Węglik tytanu (TiC)	450–650
Miedź	100–115
Cynk	84
Ołów	16
Cyna	47
Nanorurka	>1000 ^[1]
Diament (C)	1050–1200

Stałe MATERIAŁOWE:

$$E_{\text{STAL}} = 2,21 \times 10^5 \text{ MPa}$$

$$E_{\text{ALUMINIUM}} = 0,7 \times 10^5 \text{ MPa}$$

$$E_{\text{MIEDŹ}} = 1,0 \times 10^5 \text{ MPa}$$



Thomas Young

(ur. 13 czerwca 1773 w Milverton (hrabstwo Somerset), zm. 10 maja 1829 w Londynie) – angielski fizyk, lekarz fizjolog i egiptolog.

E: stała materiałowa nazywana

„Modułem Sprężystości Podłużnej” [MPa]

ν : współczynnik odkształcenia poprzecznego (Liczba Poissona)

W przypadku materiału izotropowego moduł Younga powiązany jest z innymi stałymi materiałowymi:

$$E = 2G(1 + \nu), \quad E = 3B \cdot (1 - 2\nu), \quad E = \frac{3\lambda + 2\mu}{\lambda + \mu} \mu$$

G – moduł Kirchhoffa, ν – Liczba Poissona, B – moduł Helmholtza, λ i μ – stałe Lamégo.



POLITECHNIKA POZNAŃSKA

tera (gr. <i>teras</i> – potwór)	T	1 000 000 000 000 = 10^{12}
giga (gr. <i>gigas</i> – olbrzymi)	G	1 000 000 000 = 10^9
mega (gr. <i>megas</i> – wielki)	M	1 000 000 = 10^6
kilo (gr. <i>khilioi</i> – tysiąc)	k	1000 = 10^3
hekto (gr. <i>hekaton</i> – sto)	h	100 = 10^2
deka (gr. <i>deka</i> – dziesięć)	da	10 = 10^1
		1 = 10^0
decy (łac. <i>decimus</i> – dziesiąty)	d	0,1 = 10^{-1}
centy (łac. <i>centum</i> – sto)	c	0,01 = 10^{-2}
mili (łac. <i>mille</i> – tysiąc)	m	0,001 = 10^{-3}
mikro (gr. <i>mikros</i> – mały)	μ	0,000 001 = 10^{-6}
nano (gr. <i>nanos</i> – karzeł)	n	0,000 000 001 = 10^{-9}
piko (wł. <i>piccolo</i> – mały)	p	0,000 000 000 001 = 10^{-12}

Rachunek JEDNOSTEK !!!

$$1 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} = 1 \cdot \frac{0,001 \text{ kg}}{0,000001 \text{ m}^3} = 1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

$1 \text{ cm} = 0,01 \text{ m}$
 $1 \text{ cm}^3 = 0,000001 \text{ m}^3$

$$540 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} = 540 \cdot \frac{0,001 \text{ kg}}{0,000001 \text{ m}^3} = 540 \cdot 1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} = 540000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

$$62000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} = 62000 \cdot \frac{1000 \text{ g}}{1000000 \text{ cm}^3} = 62 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$$

$1 \text{ m} = 100 \text{ cm}$
 $1 \text{ m}^3 = 1000000 \text{ cm}^3$

$$750000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} = 750000 \cdot \frac{1000 \text{ g}}{1000000 \text{ cm}^3} = 750 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$$

$\frac{\text{g}}{\text{cm}^3} \xrightarrow{\cdot 1000} \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$
 $\frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \xleftarrow{: 1000} \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$

ZADANIE NR1 ???

DZIĘKUJĘ ZA UWAGĘ
Zapraszam ponownie 😊