POLITECHNIKA POZNAŃSKA

Wykład NR9 v. 4.0

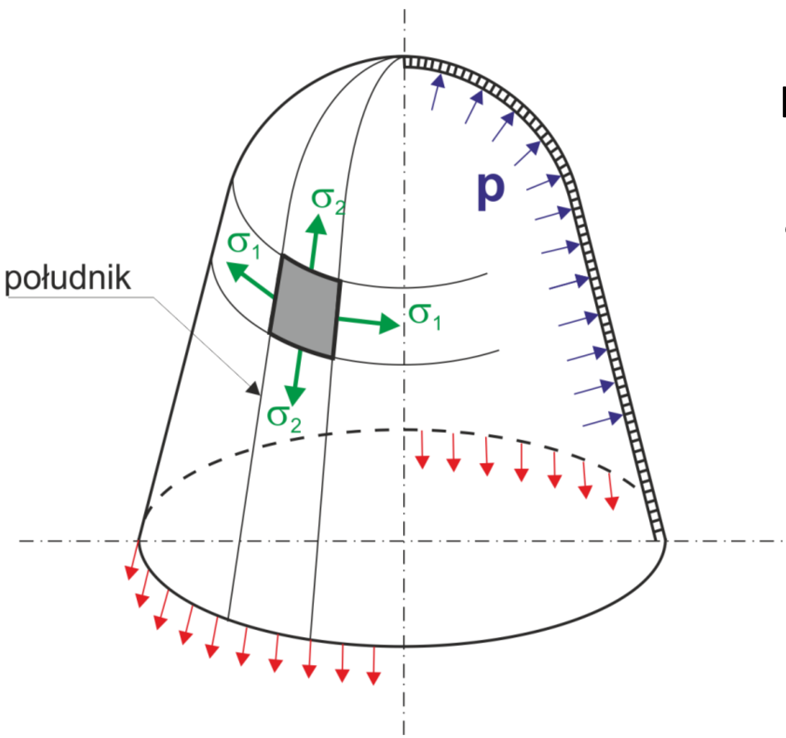
NAPRĘŻENIA W ZBIORNIKACH CIENKOŚCIENNYCH

dr hab. inż. Piotr PACZOS

Politechnika Poznańska,
Instytut Mechaniki Stosowanej,
Zakład Wytrzymałości Materiałów i Konstrukcji

Naprężenia w zbiornikach cienkościennych

Zbiornik ciśnieniowy – gdy grubość ścianki *t* takiego zbiornika jest mała w porównaniu z promieniem krzywizny ρ, wówczas ścianka ma bardzo *małą sztywność zginania* i pracuje głównie w *stanie błonowym*, w którym naprężenia są styczne do powierzchni środkowej



p – ciśnienie wewnętrzne

σ_1 – naprężenia obwodowe

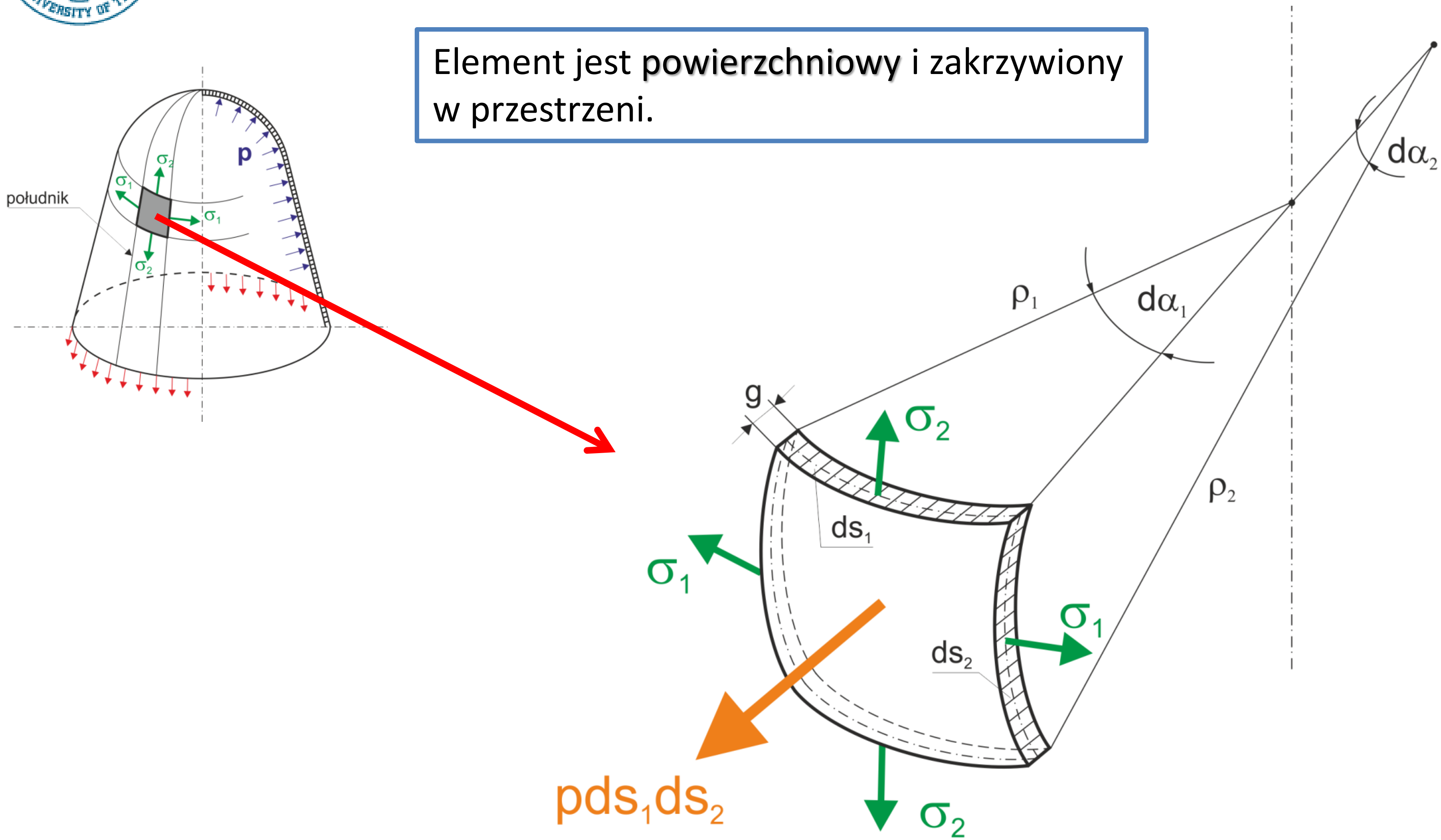
σ_2 – naprężenia wzdłużne

ρ_1, ρ_2 – promienie krzywizn

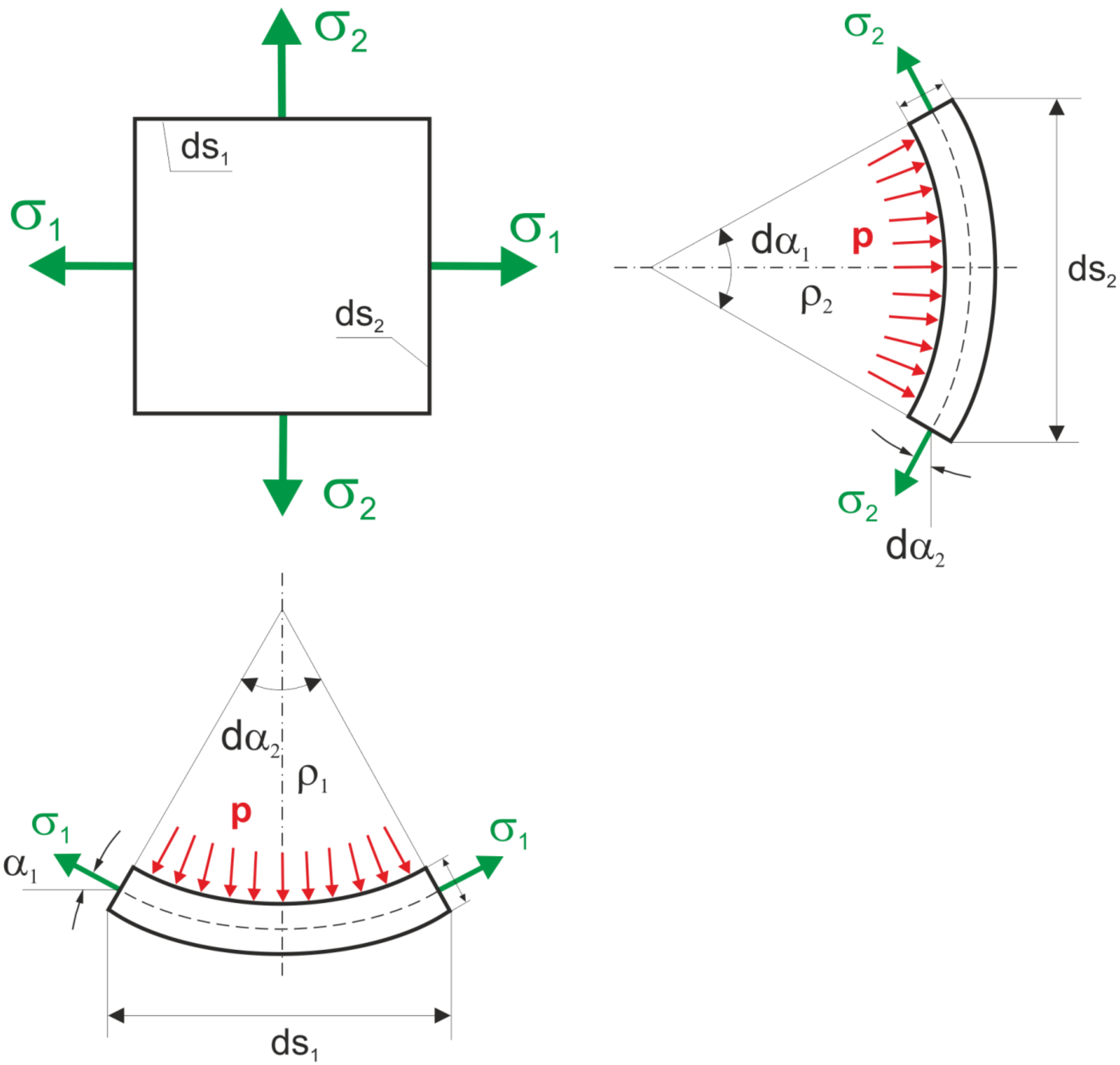
Element jest powierzchniowy i zakrzywiony w przestrzeni.

POLITECHNIKA POZNAŃSKA

Element jest powierzchniowy i zakrzywiony w przestrzeni.



Warunek równowagi sił działających na element zbiornika w postaci rzutów sił na kierunek normalny do elementu:



1. Siła od ciśnienia „p”:

$$p ds_1 ds_2$$ gdzie

$$ds_1 = \rho_2 d\alpha_2$$
$$ds_2 = \rho_1 d\alpha_1$$
stąd

$$\boxed{p d\alpha_1 d\alpha_2 \rho_1 \rho_2}$$

1. Siła od ciśnienia „p”: $\rightarrow$ $\boxed{p\,d\alpha_1 d\alpha_2 \rho_1 \rho_2}$

2. Siła od σ_1 : $\rightarrow$ $\boxed{\sigma_1 ds_1 g}$

σ_2 : $\rightarrow$ $\boxed{\sigma_2 ds_1 g}$

Suma rzutów sił na normalną „n” ma postać (normalna do rysunku):

$$\boxed{p\rho_1\rho_2 d\alpha_1 d\alpha_2 - 2\sigma_2 g\rho_1 d\alpha_1 \frac{d\alpha_2}{2} - 2\sigma_1 g\rho_2 d\alpha_2 \frac{d\alpha_1}{2} = 0}$$

$$\sin\frac{d\alpha_2}{2} = \frac{d\alpha_2}{2} \qquad \sin\frac{d\alpha_1}{2} = \frac{d\alpha_1}{2}$$

Dla małych kątów alfa

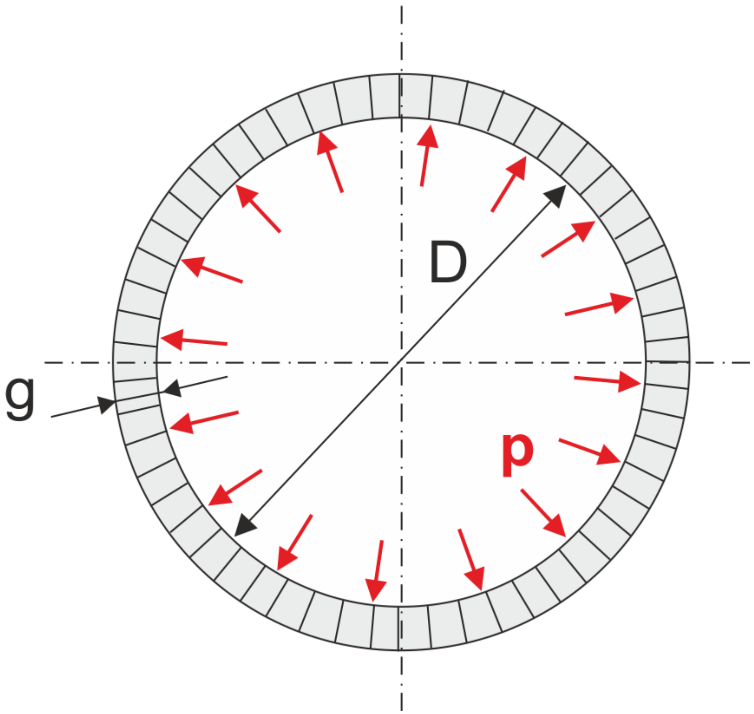
Po redukcji otrzymujemy:

$$\boxed{\frac{\sigma_1}{\rho_1}+\frac{\sigma_2}{\rho_2}=\frac{p}{g}}$$

Wzór LAPLACE'A

PRZYKŁADY

1. Zbiornik KULISTY



$$\rho_1 = \rho_2 = \frac{D}{2}$$

$$\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma$$

$$\frac{\sigma_1}{\frac{D}{2}} + \frac{\sigma_2}{\frac{D}{2}} = \frac{p}{g}$$

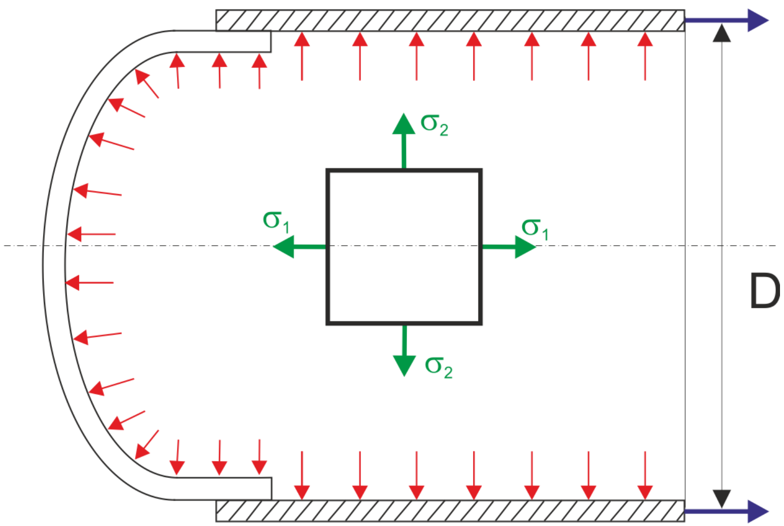
$$\boxed{\sigma = \frac{pD}{4g}}$$

2. Zbiornik WALCOWY

$\rho_1 -$ kierunek obwodowy

$\rho_2 -$ kierunek podłuży

$$\boxed{\begin{aligned}\rho_1 &= \frac{D}{2}\\ \rho_2 &= \infty\end{aligned}}$$



Podstawiając do wzory Laplace'a, otrzymujemy:

$$\boxed{\frac{\sigma_1}{\frac{D}{2}} + \cancelto{0}{\frac{\sigma_2}{\infty}} = \frac{p}{g}}$$

$$\boxed{\sigma_1 = \frac{pD}{2g}}$$

POLITECHNIKA POZNAŃSKA

Z sumy rzutów sił na oś zbiornika dostajemy:

1. Siła osiowa od ciśnienia *p*: $\boxed{p\frac{\pi D^2}{4}}$

2. Siła osiowa od naprężenia σ_2 : $\boxed{\sigma_2 \pi D g}$

σ_1 na kierunek prostopadły do walca (do osi) nie wchodzi w rachubę

Warunek równowagi: $\boxed{p\frac{\pi D^2}{4} - \sigma_2 \pi D g = 0}$ stąd

$$\boxed{\sigma_2 = \frac{pD}{4g}}$$

Naprężenie obwodowe w zbiorniku jest 2x większe od naprężeń podłużnych

POLITECHNIKA POZNAŃSKA

Z uwagi na złożony stan naprężenia dla sformułowania warunku wytrzymałości musimy posłużyć się Hipotezą Wytężeniową, np.

$$\boxed{\sigma_1 = \frac{pD}{2g}} \qquad \boxed{\sigma_2 = \frac{pD}{4g}} \qquad \boxed{\sigma_1 = 2\sigma_2} \qquad \boxed{\sigma_{red}^H = \sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2 - \sigma_1\sigma_2}}$$

$$\sigma_{red}^H = \sqrt{(2\sigma_2)^2 + \sigma_2^2 - 2\sigma_2\sigma_2} = \sqrt{4\sigma_2^2 + \sigma_2^2 - 2\sigma_2^2} = \sqrt{3}\sigma_2$$

Warunek wytrzymałości: $\boxed{\sqrt{3}\sigma_2 \le \sigma_{dop}}$

$$\boxed{\frac{\sqrt{3}}{4}\frac{pD}{g} \le \sigma_{dop}}$$

$$\boxed{g = \frac{\sqrt{3}}{4}\frac{pD}{\sigma_{dop}}}$$

POLITECHNIKA POZNAŃSKA

DZIĘKUJĘ ZA UWAGĘ

Zapraszam ponownie ☺